GPS

PDF

الصف الثالث الإعدادى

الفصل الدراسى الأول

2027

# الرياضيات

المنهج الجديد

الوحدة الأولى

هدية من كتاب المعاصر

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

# الرياضيات

## الصف الثالث الإعدادى

الفصل الدراسى الأول

الكتاب الأساسى

إعداد نخبة من خبراء التعليم

حقوق الطبع محفوظة

GPS

مكتبة الطلبة
للطبع والنشر والتوزيع
٣ شارع كامل صدقى - الفجالة
تليفون: ٢٥٩٠٢٩٩٧ - ٢٥٩٣٧٧٩١ - ٠٢/ ٢٥٩٣٤٠١٢
www.gpseducation.com

الخط الساخن
١٥٠١٤

D.M.RAZK موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي

بسم الله الرحمن الرحيم

## مقدمة

الحمد لله الذى وفقنا لتقديم هذا الكتاب من مجموعة كتب «المعاصر» فى الرياضيات...

نقدمه إلى أبنائنا الطلبة آملين أن يجدوا فيه المعلم والموجه الذى يعينهم على فهم كل صعب، ويذلل أمامهم كل مغلق وغامض، ويأخذ بأيديهم إلى طريق النجاح والتفوق.

ونقدمه إلى إخواننا المدرسين ليكون لهم عونًا على أداء رسالتهم الشاقة، ونافذة يطلون منها على خبرات إخوة لهم أمضوا قرابة الثلاثين عامًا فى حقل التدريس والتوجيه.

ونحن لن نلجأ - فى هذا التقديم - إلى تقييم عملنا وجهدنا من خلال سرد لمزايا هذا الكتاب وما استحدث فيه، ولكننا نترك ذلك لكل من يطوى صفحة منه أو يقرأ سطرًا فيه، لكى يبدى فيه رأيًا ... إن كان نقدًا فنحن نرحب به ... وإن كانت كلمة ثناء فهى خير مقابل نرجوه، وأعز وسام نضعه على صدورنا.

والله لا يضيع أجر من أحسن عملًا، وهو ولى التوفيق،

« المؤلفون »

## بطاقة فهرسة


فهرسة أثناء النشر إعداد إدارة الشئون الفنية - دار الكتب المصرية

المعاصر فى الرياضيات / إعداد نخبة من خبراء التعليم. -

القاهرة : جى بى إس للطبع والنشر والتوزيع ، ٢٠٢٦.

٣ مج ؛ ٢٨ سم.

الصف الثالث الإعدادى. الفصل الدراسى الأول.

المحتويات : جـ١. الكتاب الأساسى

جـ٢. التقييمات والمراجعة النهائية

جـ٣. الإجابات.

تدمك : ٠ - ٣٧٧ - ٩٧٠ - ٩٧٧ - ٩٧٨

١ - الرياضيات - تعليم وتدريس.

٢ - التعليم الإعدادى.

٣ - الرياضيات - أسئلة وأجوبة.

٥١٠,٧

رقم الإيداع : ١٧٦٦١ / ٢٠٢٦م




موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

QR Code

التطبيق التفاعلى من سلسلة كتب ...

المعاصر الامتحان

كيفية الاستخدام: 1. نزل التطبيق. 2. أنشئ حسابك. 3. أدخل الكود الموجود على ظهر الغلاف.

استمتع بجميع مزايا التطبيق لجميع المواد الدراسية

شرح فيديوهات ألعاب تعليمية امتحانات تفاعلية تدريبات

تواصل مع معلمك تقارير متابعة إشعارات أخبار


## تصنيف بلوم للمستويات المعرفية

**ملاحظة** : تم تصنيف الأسئلة بداخل كل تمرين طبقًا لمستويات هرم بلوم والإشارة لها كالتالى :

● تذكر ● فهم ● تطبيق حل مشكلات ( تحليل أو تقويم أو ابتكار )



موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

# محتويات الكتاب

## الوحدة 1

### الأعـداد والعمليات عليها


**الدرس الأول** قوى القوى.

**الدرس الثانى** المعادلات الأسـية.


## الوحدة 2

### الجبـــر


**الدرس الأول** الدالة التربيعية.

**الدرس الثانى** مجموعة الأصفار الحقيقية لدوال كثيرات الحدود.

**الدرس الثالث** دوال الكسور الجبرية النسبية.

**الدرس الرابع** المجال المشترك وتساوى دوال الكسور الجبرية النسبية.

**الدرس الخامس** العمليات على الكسور الجبرية النسبية.
الجزء الأول : جمع وطرح الكسور الجبرية النسبية.

**الدرس السادس** العمليات على الكسور الجبرية النسبية.
الجزء الثانى : ضرب وقسمة الكسور الجبرية النسبية.


## الوحدة 3

### الهندسة


**الدرس الأول** تشابه المضلعات.

**الدرس الثانى** تشابه المثلثات.

**الدرس الثالث** التمدد.

**الدرس الرابع** النسب المثلثية للزاوية الحادة.

**الدرس الخامس** النسبة المثلثية لبعض الزوايا الخاصة.

**الدرس السادس** العلاقة بين ميلى المستقيمين المتوازيين والمتعامدين.

**الدرس السابـع** معادلة الخط المستقيم.


## الوحدة 4

### الإحصـــاء


**الدرس الأول** مقاييس التشتت.
الجزء الأول : المدى والمدى الربيعى.

**الدرس الثانى** مقاييس التشتت.
الجزء الثانى : الانحراف المعيارى.



موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

الوحدة

1

# الأعداد والعمليات عليها

دروس الوحدة

| | |
|---|---|
| الدرس الأول | قوى القوى. |
| الدرس الثانى | المعادلات الأسية. |

المعاصر

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

الـدرس
الأول

# قوى القوى

## نواتج التعلم

- تعرف مفهوم قوة القوة.
- توجد قوة القوة لعدد حقيقى.
- تستخدم قانون قوة القوة فى تبسيط تعبيرات رياضية.
- تستخدم قانون قوة حاصل ضرب قوتين / خارج قسمة قوتين فى حل مشكلات حياتية.

## المفردات

| | |
|---|---|
| - أس | Exponent |
| - أساس | Base |
| - قوة | Power |
| - قوة القوة | Power of a power |

خريطة الدرس

تذكر قوانين الأسس فى الأعداد الحقيقية ← قانون قوة القوة ← قانون قوة حاصل ضرب قوتين وقوة خارج قسمة قوتين

المعاصر

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

الدرس الأول

# قوى القوى

## تذكر قوانين الأسس فى الأعداد الحقيقية

إذا كان : a ، b عددين حقيقيين ، m ، n عددين صحيحين ومع مراعاة استثناء الحالات التى يكون فيها المقام = صفر ، والحالات التى يكون فيها الأساس = صفر ، الأس = صفر معًا فإن :

| القانون | مثال | الشرح |
|---|---|---|
| $a^m \times a^n = a^{m+n}$ | • $4^3 \times 4^2 = 4^{3+2} = 4^5$ | عند ضرب القوى التى لها نفس الأساس نحتفظ بالأساس ونجمع الأسس. |
| $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ | • $\frac{3^6}{3^2} = 3^{6-2} = 3^4$ | عند قسمة القوى التى لها نفس الأساس نحتفظ بالأساس ونطرح الأسس. |
| $(ab)^n = a^n b^n$ | • $(3 \times 4)^2 = 3^2 \times 4^2$ | عند إيجاد قوة حاصل ضرب عددين يوزع الأس على كل من العددين. |
| $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ | • $\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2^3}{5^3}$ | عند إيجاد قوة خارج قسمة عددين يوزع الأس على كل من العددين. |
| $a^0 = 1$ | • $\left(\sqrt{3}\right)^0 = 1$ ، $(-5)^0 = 1$ | أى عدد حقيقى لا يساوى الصفر مرفوع للأس صفر يساوى 1 |
| $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ | • $3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$ | أى عدد حقيقى لا يساوى الصفر مرفوع للأس $(-n)$ حيث n عدد صحيح يساوى المعكوس الضربى للعدد نفسه مرفوع للأس n |

## قانون قوة القوة

$$(5^2)^3 = \underbrace{5^2 \times 5^2 \times 5^2}_{\text{3 عوامل}} = 5^{2+2+2} = 5^6 \leftarrow (2 \times 3)$$

لاحظ أن : 6 هى حاصل ضرب الأسين الأصليين : 3 ، 2 $(6 = 2 \times 3)$

أى أن : **لإيجاد قوة القوة نضرب الأسس.**

**بصفة عامة :**

لأى عدد حقيقى a لا يساوى الصفر ، وعددين صحيحين n ، m يكون :

$$(a^m)^n = a^{m \times n}$$

فمثلًا : • $(2^4)^2 = 2^{4 \times 2} = 2^8$ • $(3^{-2})^5 = 3^{-2 \times 5} = 3^{-10}$



موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

**مثال 1** اختصر كلًا مما يأتى إلى أبسط صورة :

1 $(2^3)^5 \times (2^{-2})^6$ 2 $\dfrac{(3^5)^6 \times (3^{-3})^4}{3^7 \times (3^2)^5}$ 3 $\dfrac{((-\sqrt{2})^2)^3 \times (\sqrt{2})^9}{((-\sqrt{2})^5)^3}$

**الحل**

1 $(2^3)^5 \times (2^{-2})^6 = 2^{3\times5} \times 2^{-2\times6} = 2^{15} \times 2^{-12} = 2^{15-12} = 2^3 = 8$

2 $\dfrac{(3^5)^6 \times (3^{-3})^4}{3^7 \times (3^2)^5} = \dfrac{3^{5\times6} \times 3^{-3\times4}}{3^7 \times 3^{2\times5}} = \dfrac{3^{30} \times 3^{-12}}{3^7 \times 3^{10}} = \dfrac{3^{30-12}}{3^{7+10}} = \dfrac{3^{18}}{3^{17}} = 3^{18-17} = 3$

3 $\dfrac{((-\sqrt{2})^2)^3 \times (\sqrt{2})^9}{((-\sqrt{2})^5)^3} = \dfrac{((\sqrt{2})^2)^3 \times (\sqrt{2})^9}{(-(\sqrt{2})^5)^3}$

$= \dfrac{(\sqrt{2})^6 \times (\sqrt{2})^9}{-(\sqrt{2})^{15}}$

$= \dfrac{(\sqrt{2})^{15}}{-(\sqrt{2})^{15}} = -1$

**تذكر أن**

- $(-a)^n = a^n$

إذا كان n عددًا صحيحًا زوجيًا

- $(-a)^n = -a^n$

إذا كان n عددًا صحيحًا فرديًا

**حاول بنفسك 1**

اختصر كلًا مما يأتى إلى أبسط صورة :

1 $\dfrac{(5^4)^{-2} \times (5^3)^3}{(5^2)^2 \times (5^{-2})^3}$ 2 $\dfrac{((-\sqrt{3})^3)^5 \times ((\sqrt{3})^{-4})^3}{((\sqrt{3})^2)^3}$

**مثال 2** اختصر لأبسط صورة : $\dfrac{(x^3)^2 \times x^{-4}}{(x^6)^3 \times (x^{-9})^2}$ ، ثم أوجد قيمة الناتج عند $x = 2$

**الحل**

$\dfrac{(x^3)^2 \times x^{-4}}{(x^6)^3 \times (x^{-9})^2} = \dfrac{x^6 \times x^{-4}}{x^{18} \times x^{-18}} = \dfrac{x^{6-4}}{x^{18-18}} = x^2$

عند $x = 2$ : ∴ المقدار $= 4$

**لاحظ أن**

القسمة على صفر ليس لها معنى ، وعلى هذا فإنه عند وجود رموز فى المقام يُشترط أن هذه الرموز لا تساوى الصفر.

**حاول بنفسك 2**

اختصر لأبسط صورة : $\dfrac{(n^{-2})^5 \times (n^3)^5}{(n^{-1})^4 \times (n^2)^3}$ ، ثم أوجد قيمة الناتج عند $n = -1$



موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

**مثال 3** اختصر إلى أبسط صورة : $\frac{(81)^x \times (6^2)^x}{(27)^{2x-1} \times 4^x}$

**الحل**

$$\frac{(81)^x \times (6^2)^x}{(27)^{2x-1} \times 4^x} = \frac{(3^4)^x \times 6^{2x}}{(3^3)^{2x-1} \times (2^2)^x} = \frac{3^{4x} \times (2 \times 3)^{2x}}{3^{6x-3} \times 2^{2x}} = \frac{3^{4x} \times 2^{2x} \times 3^{2x}}{3^{6x-3} \times 2^{2x}}$$

$$= 3^{4x+2x-6x+3} \times 2^{2x-2x} = 3^3 \times 2^0 = 27$$

**حاول بنفسك 3**

اختصر إلى أبسط صورة : $\frac{8^{2x-1} \times 9^{3x-2}}{6^{6x-3}}$

**مثال 4** اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

1 $(3^2)^5 = \ldots\ldots\ldots$

(أ) $3^{2^5}$ (ب) $3^{25}$ (جـ) $3^{10}$ (د) $3^7$

2 $(2+2)^3 = 2^{\ldots\ldots}$

(أ) 4 (ب) 5 (جـ) 6 (د) 8

3 إذا كان : $5^a = 4$ فما قيمة : $25^a + 125^a$ ؟

(أ) $4^a$ (ب) $(25 + 125^a)$ (جـ) 150 (د) 80

4 إذا كان : $6 = 2^{x+1}$ فما قيمة : $4^x$ ؟

(أ) 16 (ب) 9 (جـ) 36 (د) 25

**الحل**

1 (جـ) **تفسير الحل :** $(3^2)^5 = 3^{2 \times 5} = 3^{10}$

2 (جـ) **تفسير الحل :** $(2+2)^3 = (4)^3 = (2^2)^3 = 2^6$

3 (د) **تفسير الحل :** $25^a + 125^a = (5^2)^a + (5^3)^a$

$= (5^a)^2 + (5^a)^3 = 4^2 + 4^3$

$= 16 + 64 = 80$

4 (ب) **تفسير الحل :** $\because 6 = 2^{x+1}$ $\therefore 6 = 2^x \times 2$

$\therefore 2^x = 6 \div 2$ $\therefore 2^x = 3$

$\therefore 4^x = (2^2)^x = (2^x)^2 = 3^2 = 9$

**لاحظ أن**

① $(a^m)^n = (a^n)^m = a^{mn}$

② $(a^m)^n \neq a^{m^n}$



موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

## حاول بنفسك 4

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

1 $3^{\dots\dots} = (3+3+3)^4$

(أ) 6 (ب) 12 (جـ) 8 (د) 5

2 إذا كان : $7^x = 3$ فإن : $49^x = \dots\dots\dots$

(أ) 21 (ب) $7^2$ (جـ) 9 (د) 98

3 إذا كان : $5^{x+2} = 50$ فإن : $5^x = \dots\dots\dots$

(أ) 10 (ب) 5 (جـ) 2 (د) 3

## قانون قوة حاصل ضرب قوتين وقوة خارج قسمة قوتين

### قانون قوة حاصل ضرب قوتين

لأى عددين حقيقيين a ، b لا يساويان الصفر، وثلاثة أعداد صحيحة k ، n ، m يكون :

$$(a^m \times b^n)^k = a^{mk} \times b^{nk}$$

فمثلًا :

$$(3^4 \times 5^2)^3 = 3^{4\times3} \times 5^{2\times3}$$
$$= 3^{12} \times 5^6$$

### قانون قوة خارج قسمة قوتين

$$\left(\frac{a^m}{b^n}\right)^k = \frac{a^{mk}}{b^{nk}}$$

فمثلًا :

$$\left(\frac{3^3}{5^2}\right)^5 = \frac{3^{3\times5}}{5^{2\times5}} = \frac{3^{15}}{5^{10}}$$

**مثال 5** اختصر كلًا مما يأتى إلى أبسط صورة :

1 $(5^{-2}\, a^{-3}\, b^4)^3 \times (5\, a^3\, b^{-2})^4$ 2 $\left(\frac{x^2 y^5}{x^4 y^2}\right)^3$

**الحل**

1 $(5^{-2}\, a^{-3}\, b^4)^3 \times (5\, a^3\, b^{-2})^4 = 5^{-2\times3} \times a^{-3\times3} \times b^{4\times3} \times 5^4 \times a^{3\times4} \times b^{-2\times4}$

$$= 5^{-6}\, a^{-9}\, b^{12} \times 5^4\, a^{12}\, b^{-8}$$

$$= 5^{-6+4}\, a^{-9+12}\, b^{12-8} = 5^{-2}\, a^3\, b^4 = \frac{a^3 b^4}{25}$$

---

2 $\left(\frac{x^2 y^5}{x^4 y^2}\right)^3 = \left(\frac{y^3}{x^2}\right)^3 = \frac{y^{3\times3}}{x^{2\times3}} = \frac{y^9}{x^6}$

## حاول بنفسك 5

اختصر كلًا مما يأتى إلى أبسط صورة :

1 $(3\, x^{-2}\, y^{-3})^5\, (x^2\, y^4)^4$ 2 $\left(\frac{2\, m^{-3}\, n^4}{n^5\, m^{-4}}\right)^{-3}$



موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

**مثال 6** اختصر لأبسط صورة : $\frac{(36)^{x-2} \times (48)^{x+1}}{(18)^{6x-4}}$ ، ثم أوجد قيمة الناتج عند $x = 1$

**الحل**

$$\frac{(36)^{x-2} \times (48)^{x+1}}{(18)^{6x-4}} = \frac{(2^2 \times 3^2)^{x-2} \times (3 \times 2^4)^{x+1}}{(2 \times 3^2)^{6x-4}}$$

$$= \frac{2^{2x-4} \times 3^{2x-4} \times 3^{x+1} \times 2^{4x+4}}{2^{6x-4} \times 3^{12x-8}} = \frac{2^{6x} \times 3^{3x-3}}{2^{6x-4} \times 3^{12x-8}}$$

$$= 2^{6x-6x+4} \times 3^{3x-3-12x+8} = 2^4 \times 3^{5-9x}$$

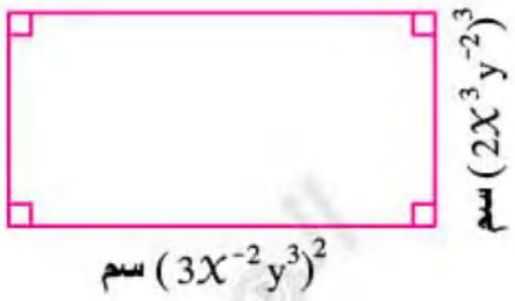
• عند $x = 1$ :

$$= 2^4 \times 3^{5-9(1)} = 2^4 \times 3^{-4} = \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{16}{81}$$

**حاول بنفسك 6**

اختصر لأبسط صورة : $\frac{(3^n)^3 \times (45)^{n+2}}{(3^{2n})^3 \times 5^{n+2}}$ ، ثم أوجد قيمة الناتج عند $n = -1$

**مثال 7** اكتب مساحة المستطيل المقابل في أبسط صورة.




**الحل**

مساحة المستطيل = الطول × العرض

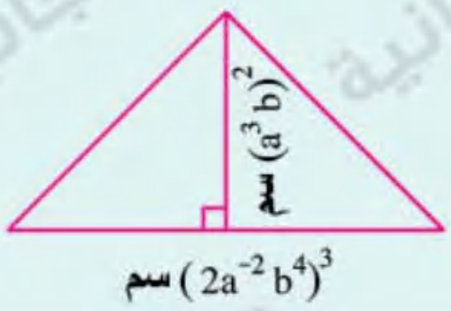
$$(2x^3y^{-2})^3 \times (3x^{-2}y^3)^2 = 2^3 x^9 y^{-6} \times 3^2 x^{-4} \times y^6$$

$$= 8 \times 9 x^{9-4} y^{-6+6}$$

$$= 72x^5$$

**حاول بنفسك 7**

اكتب مساحة المثلث المقابل في أبسط صورة.






موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

# تمارين 1 قوى القوى

• تذكر • فهم • تطبيق | حل مشكلات | أسئلة كتاب الوزارة

اختبار تفاعلى

**1** أوجد قيمة كل مما يأتى فى أبسط صورة :

1 $(5^3)^{-2} \times (5^2)^2$

2 $\left((-7)^3\right)^5 (7^2)^{-7}$

3 $\dfrac{(2^{11})^2 \times 2^3}{(2^6)^3 \times 2^4}$

4 $\dfrac{(-3^5)^6 \times 3^2}{3^{-2} \times (3^6)^6}$

5 $\dfrac{4^{x+2} \times 9^{3+x}}{6^{2x+3}}$

6 $\dfrac{\left((\sqrt{5})^3\right)^2 \times \sqrt{5}}{(-\sqrt{5})^5}$

7 $(\sqrt{5})^3 \times \left((-\sqrt{5})^2\right)^3$

8 $(-5^2)^3 \times \left((-\sqrt{5})^{-4}\right)^2$

9 $\dfrac{\left((\sqrt{7})^{-1}\right)^3 \times \left((-\sqrt{7})^4\right)^3}{\left((\sqrt{7})^2\right)^3}$

**2** اختصر كلًا مما يأتى إلى أبسط صورة :

1 $(4a^4b^3c)^2$

2 $(-2m^5n^4)^3$

3 $(c^{-2})^3 \times (-2c^5)^2$

4 $(a^3)^5 \times 5^2$

5 $(m^2)^{-3} \times m^6$

6 $(3xy^4)^{-2} \times \left((-2y)^2\right)^3$

7 $(-3x^2y^3z)^2 \times \left((-x^2y)^3\right)^2$

8 $\dfrac{(a^4)^3}{(a^2)^5}$

9 $\left(\dfrac{2a^2b^2}{b^{-1}a^4}\right)^3$

10 $\dfrac{(3^{-2}m^3n^2)^{-2}}{(6m^{-2}n^{-1})^3}$

11 $\left(\dfrac{2p^2s^{-2}}{4^{-2}p^4s^3}\right)^{-2}$

12 $\dfrac{(16x^2y^{-2})^0}{(4x^0y^{-6})^{-2}}$

13 $\left(\dfrac{3^0c^3d^4f^2}{2c^4d^3}\right)^{-5}$

14 $\dfrac{(2a^5)^3 \times (3a^3)^2}{(6a^7)^2 \times (a^{-1})^3}$

15 $\dfrac{(x^2)^{-3} \times (x^{-1})^2}{x^{-3} \times x^{-4}}$

16 $\dfrac{y^8 \times (y^{-3})^2}{(y^5)^2 \times (y^{-2})^6}$

**3** اختصر كلًا مما يأتى إلى أبسط صورة :

1 $\left(\left((\sqrt{3})^3\right)^{-2}\right)^{-1}$

2 $\dfrac{36^n \times 5^n}{30^{2n}}$

3 $\dfrac{(12)^5 \times 9^3}{8^2 \times 6^4}$

4 $\dfrac{\left((\sqrt{6})^7\right)^3 \times \left((\sqrt{2})^{-5}\right)^5}{\left((\sqrt{3})^4\right)^5 \times \left((\sqrt{2})^2\right)^{-2}}$



موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

**4** اختصر كلًا مما يأتى إلى أبسط صورة ثم أوجد قيمة الناتج عند $x = 1$ :

1 $\frac{4^x \times 2^{x-4}}{16^{x-2}}$ « 8 »

2 $\frac{4^x \times 9^{2-x}}{6^{2x}}$ « 1 »

3 $\frac{(4)^x \times (49)^{x-1}}{(98)^x}$ « $\frac{2}{49}$ »

4 $\frac{((\sqrt{5})^3)^{2x} \times (15)^{x-1}}{(75)^x}$ « $\frac{5}{3}$ »

**5** اختصر لأبسط صورة : $\frac{9^{2n-1} \times 18^{1-4n}}{36^{2-3n}}$ ثم أوجد القيمة العددية للناتج عند : $n = 2$ « 2 »

**6** أثبت أن :

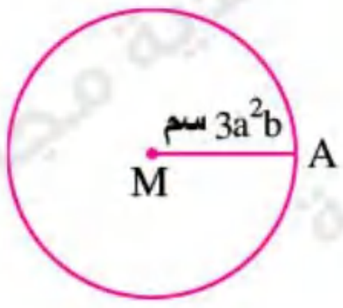
1 $\frac{27^{x-1} \times 8^x}{(2\sqrt{2})^{2x} \times (3\sqrt{3})^{2x}} = \frac{1}{27}$

2 $\frac{(3^2 x^4)^{-3} \times (6^3 x^2 y^{-1})^4}{6^6 (x^{-2} y^{-2})^2} = 64$

**7** هندسة : أوجد مساحة كل شكل مما يأتى فى أبسط صورة :

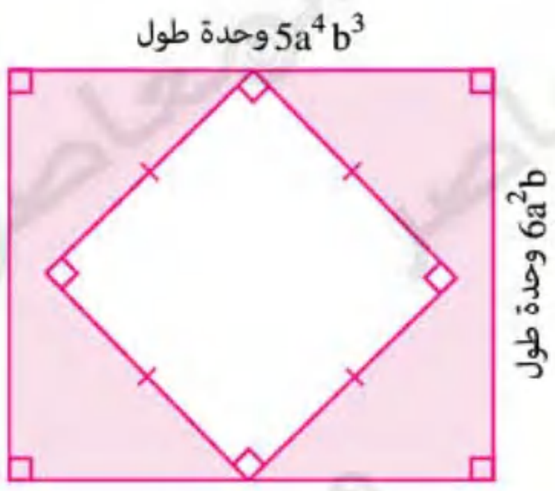
1

2




**8** اكتب مساحة الجزء المظلل فى كل مما يأتى فى أبسط صورة :

1




2

**9** غرفة أرضيتها مربعة الشكل طول ضلعها $2x^3y^2$ وحدة طول ، يُراد تبليطها ببلاط مربع الشكل طول ضلع كل بلاطة $xy^2$ وحدة طول. كم بلاطة تحتاجها لتغطية أرضية الغرفة بالكامل ؟ « $4x^4$ بلاطة »

**10** ثروة حيوانية : حظيرة للدجاج مكعبة الشكل طول حرفها $4xy^3$ متر ، أوجد حجم الحظيرة فى أبسط صورة.

« $64x^3y^9$ متر مكعب »



موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

**11** 📖 **مصادر الطاقة :** برميل أسطوانى لتخزين الوقود طول نصف قطر قاعدته $2\ kw^2$ متر وارتفاعه $4\ k$ متر ، أوجد حجم البرميل فى أبسط صورة.

« $16\ \pi k^3 w^4$ متر مكعب »

---

**12** إذا كان : $7^{x} = 14$ أوجد قيمة : $49^{x-1}$ « 4 »

---

**13** 📖 إذا كان : $3^{a} = 2$ أوجد قيمة : $9^{a} + (27)^{a}$ « 12 »

---

**14** إذا كان : $3^{x} = 4$ أوجد قيمة : $27^{x} - 5 \times 3^{x+1}$ « 4 »

---

**15** 📖 **اكتشف الخطأ :** قام كل من خالد وأسماء باختصار $(a^2)^3 \times a^4$ لأبسط صورة ، فكانت إجابتهما الموضحة. أى منهما إجابته صحيحة ؟ ناقش.

**حل خالد :**

$(a^2)^3 \times a^4 = a^5 \times a^4 = a^{20}$

**حل أسماء :**

$(a^2)^3 \times a^4 = a^6 \times a^4 = a^{10}$

## تفكير إبداعى

**16** 📖 إذا كان : $10^{x} = 5^{x+1}$ أوجد قيمة : $4^{x}$ « 25 »

---

**17** 📖 إذا كان : $a = 5^{30}$ ، $b = 3^{45}$ ، $c = 2^{60}$ رتب c ، b ، a ترتيبًا تصاعديًا.

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

# أسئلة ؟ الاختيار من متعدد

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

1 أى مما يأتى يساوى $(a^4)^7$ ؟

(أ) $a^3$ (ب) $a^{11}$

(جـ) $a^{28}$ (د) $a^{47}$

2 ما قيمة $(3^8)^0$ ؟

(أ) $3^8$ (ب) $3^{80}$

(جـ) 1 (د) 24

3 أى مما يأتى يساوى $(x^3)^5$ ؟

(أ) $x^8$ (ب) $x^2$

(جـ) $(x^5)^3$ (د) $5 \times (x^3)$

4 أى مما يأتى يساوى $(2^3)^2$ ؟

(أ) $2^5$ (ب) $2^6$

(جـ) $2^{3^2}$ (د) $2^{2^3}$

5 أى مما يأتى يساوى $(3^4)^2 \times 3^5$ ؟

(أ) $3^{11}$ (ب) $3^{13}$

(جـ) $3^{40}$ (د) $9^{11}$

6 أى مما يأتى لا يساوى $2^{12}$ ؟

(أ) $8^4$ (ب) $4^6$

(جـ) $(16)^3$ (د) $6^5$

7 مساحة المربع الذى طول ضلعه $4\,a^3\,x^5$ سم فى أبسط صورة هى ..... سم$^2$.

(أ) $8\,a^6\,x^{10}$ (ب) $16\,a^3\,x^5$

(جـ) $16\,a^6\,x^{10}$ (د) $16\,a^9\,x^{25}$

8 ما ناتج : $x^2 \times (x^5)^2$ فى أبسط صورة ؟

(أ) $x^9$ (ب) $x^{12}$

(جـ) $x^{14}$ (د) $x^{20}$

9 ما ناتج : $\frac{(x^3)^5}{(x^8)^2}$ فى أبسط صورة ؟

(أ) $\frac{1}{x}$ (ب) $x$

(جـ) $x^{-2}$ (د) $x^{31}$

10 ما ناتج : $(-\,a^3\,b)^2$ فى أبسط صورة ؟

(أ) $a^3\,b^3$ (ب) $-\,a^5\,b^3$

(جـ) $a^6\,b^2$ (د) $-\,a^6\,b^2$

11 ما ناتج : $\left(\frac{3\,a^2}{2\,b}\right)^2$ فى أبسط صورة ؟

(أ) $\frac{9\,a^4}{4\,b^3}$ (ب) $\frac{9\,a^4}{4\,b^2}$

(جـ) $\frac{3\,a^4}{2\,b^2}$ (د) $\frac{3\,a^4}{2\,b^3}$

12 أى مما يأتى يساوى $\left(\left(\sqrt{3}\right)^5\right)^3$ ؟

(أ) $\left(\sqrt{3}\right)^8$ (ب) $\left(9\sqrt{3}\right)^3$

(جـ) $3^6$ (د) $\left(\sqrt{3}\right)^{10}$



موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

13 ..... $= \left(\frac{b^{-2} c^{0} a^{4}}{3 a^{6} b^{-4}}\right)^{-2}$

(أ) $\left(\frac{b}{3a}\right)^{4}$ (ب) $\frac{b^{3}}{4 a^{4}}$

(جـ) $9\left(\frac{a}{b}\right)^{4}$ (د) $\frac{b^{2}}{3 a^{2}}$

14 إذا كان : $2^{x} = 5$ فما قيمة $8^{x}$ ؟

(أ) 125 (ب) 32

(جـ) 27 (د) 15

15 $(4+4)^{2} = 2^{.....}$

(أ) 3 (ب) 5

(جـ) 6 (د) 8

16 إذا كان : $\left((10)^{2} \times 8\right)^{4} = 2^{a} \times 5^{b}$

فإن : $a + b =$ .....

(أ) 6 (ب) 20

(جـ) 8 (د) 28

17 إذا كان : $5^{x-1} = 3$

فإن : $5^{x} =$ .....

(أ) 15 (ب) 9

(جـ) 8 (د) 18

18 $\left(-\sqrt{3}\right)^{3} \times 3 = -\left(\sqrt{3}\right)^{.....}$

(أ) 4 (ب) 5

(جـ) 6 (د) 2

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

الـدرس الثانى

# المعادلات الأسية

## نواتج التعلم

- تحل المعادلات الأسية مستخدمًا قوانين الأسس.
- تستخدم المعادلات الأسية فى حل مشكلات حياتية.

## المفردات

- معادلة أسية Exponential equation

خريطة الدرس ← المعادلات الأسية ← حل المعادلات الأسية

المعاصر

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

الدرس الثانى

# المعادلات الأسية

## المعادلات الأسية

**تعريف المعادلة الأسية**

هى معادلة تحتوى على متغير فى الأس ، وسوف تقتصر دراستنا على المعادلة الأسية على الصورة $a^{x} = b$ حيث $a > 0$ ، $a \neq 1$

**أمثلة لمعادلات أسية**

- $5^{x} = 25$
- $(4)^{x-3} = 16$
- $7^{2x-1} = \frac{1}{49}$

**أمثلة لمعادلات غير أسية**

- $(-3)^{2} = x$
- $x + 3 = 5^{2}$
- $x^{2} - 2 = 23$

### حل المعادلات الأسية

لحل المعادلات الأسية نستخدم خاصية **تساوى القوى**

إذا كانت : $a^{x} = a^{y}$ حيث $a > 0$ ، $a \neq 1$ فإن : $x = y$

صورة عددية $8$ ⟷ صورة أسية $2^{3}$

فمثلًا :

- لحل المعادلة الأسية $3^{x} = 81$ اكتب طرفى المعادلة فى صورة أسية ← $3^{x} = 3^{4}$ استخدم خاصية تساوى القوى ← $x = 4$

استخدم التحليل

| | |
|---|---|
| 81 | 3 |
| 27 | 3 |
| 9 | 3 |
| 3 | 3 |
| 1 | |

$81 = 3^{4}$

**مثال 1** حل كلًا من المعادلات الآتية فى $\mathbb{R}$ :

1 $2^{x+5} = 8$ 2 $3^{2x-1} = \frac{1}{27}$ 3 $\left(\frac{5}{7}\right)^{2x} = \frac{49}{25}$

**الحل**

1 لحل المعادلة اكتب 8 فى صورة أسية أساسها 2

$\because 2^{x+5} = 8$

$\therefore 2^{x+5} = 2^{3}$

| | |
|---|---|
| 8 | 2 |
| 4 | 2 |
| 2 | 2 |
| 1 | |

$8 = 2^{3}$

$\because$ الأساسان متساويان

$\therefore$ الأسان متساويان

$\therefore x + 5 = 3$

$\therefore x = -2$

2 لحل المعادلة اكتب $\frac{1}{27}$ فى صورة أسية أساسها 3

$\because 3^{2x-1} = \frac{1}{27}$

$\therefore 3^{2x-1} = \frac{1}{3^{3}}$

$\therefore 3^{2x-1} = 3^{-3}$

| | |
|---|---|
| 27 | 3 |
| 9 | 3 |
| 3 | 3 |
| 1 | |

$27 = 3^{3}$

$\because$ الأساسان متساويان

$\therefore$ الأسان متساويان

$\therefore 2x = -2$

$\therefore 2x - 1 = -3$

$\therefore x = -1$



موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

3 $\therefore \left(\frac{5}{7}\right)^{2x} = \frac{7^2}{5^2}$

$\therefore \left(\frac{5}{7}\right)^{2x} = \left(\frac{5}{7}\right)^{-2}$

$\because$ الأساسان متساويان

$\therefore \quad x = -1$

$\because \left(\frac{5}{7}\right)^{2x} = \frac{49}{25}$

$\therefore \left(\frac{5}{7}\right)^{2x} = \left(\frac{7}{5}\right)^{2}$

$\therefore$ الأسان متساويان

$\therefore 2x = -2$

**لاحظ أن**

إذا كان a ، b عددين حقيقيين لا يساويان الصفر ، n عددًا صحيحًا فإن :

$\left(\frac{a}{b}\right)^{n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{-n}$

فمثلًا : $\left(\frac{7}{5}\right)^{2} = \left(\frac{5}{7}\right)^{-2}$

## حاول بنفسك 1

حل كلًا من المعادلات الآتية فى $\mathbb{R}$ :

1 $5^{n} = 125$ 2 $2^{2n-3} = \frac{1}{8}$ 3 $\left(\frac{3}{2}\right)^{x-2} = \frac{16}{81}$

## مثال 2

حل كلًا من المعادلات الآتية فى $\mathbb{R}$ :

1 $(16)^{x-2} = 2^{2x}$ 2 $(81)^{x-1} = (27)^{x+2}$ 3 $2^{x^2-1} = 8^{x+1}$

**الحل**

1 $\because (16)^{x-2} = 2^{2x}$

$\therefore (2^4)^{x-2} = 2^{2x}$

$\therefore 2^{4x-8} = 2^{2x}$

$\because$ الأساسان متساويان

$\therefore \quad x = 4$

| | |
|---|---|
| 16 | 2 |
| 8 | 2 |
| 4 | 2 |
| 2 | 2 |
| 1 | |

$2^4$

$\therefore$ الأسان متساويان

$\therefore 2x = 8$

$\therefore 4x - 8 = 2x$

2 $\because (81)^{x-1} = (27)^{x+2}$

$\therefore (3^4)^{x-1} = (3^3)^{x+2}$

$\therefore 3^{4x-4} = 3^{3x+6}$

$\because$ الأساسان متساويان

$\therefore \quad x = 10$

$\therefore$ الأسان متساويان

$\therefore 4x - 4 = 3x + 6$

| | |
|---|---|
| 81 | 3 |
| 27 | 3 |
| 9 | 3 |
| 3 | 3 |
| 1 | |

$3^4$

| | |
|---|---|
| 27 | 3 |
| 9 | 3 |
| 3 | 3 |
| 1 | |

$3^3$

3 $\because 2^{x^2-1} = 8^{x+1}$

$\therefore 2^{x^2-1} = 2^{3x+3}$

$\therefore x^2 - 3x - 4 = 0$

$\therefore (x-4)(x+1) = 0$

$\therefore x - 4 = 0$ أو $x + 1 = 0$

$\therefore \quad x = 4$ | $\therefore \quad x = -1$

## حاول بنفسك 2

حل كلًا من المعادلات الآتية فى $\mathbb{R}$ :

1 $(125)^{3x-2} = 5^{12}$ 2 $32^{2x-1} = 8^{3x+2}$ 3 $3^{x^2} = 81$



موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

**مثال 3** حل كلًا من المعادلتين الآتيتين فى $\mathbb{R}$ :

1 $\left(\frac{8}{125}\right)^{-1}=\left(\frac{5}{2}\right)^{|x|}$

2 $\left(\frac{5}{3}\right)^{3-5x}=\left(\frac{81}{625}\right)^{x+1}$

**الحل**

1

$\because \left(\frac{8}{125}\right)^{-1}=\left(\frac{5}{2}\right)^{|x|}$ $\quad \therefore \left(\frac{2^3}{5^3}\right)^{-1}=\left(\frac{5}{2}\right)^{|x|}$ $\quad \therefore \frac{5^3}{2^3}=\left(\frac{5}{2}\right)^{|x|}$

$\therefore \left(\frac{5}{2}\right)^{3}=\left(\frac{5}{2}\right)^{|x|}$ $\quad \therefore |x|=3$ $\quad \therefore x=\pm 3$

2

$\because \left(\frac{5}{3}\right)^{3-5x}=\left(\frac{81}{625}\right)^{x+1}$ $\quad \therefore \left(\frac{5}{3}\right)^{3-5x}=\left(\frac{3^4}{5^4}\right)^{x+1}$

$\therefore \left(\left(\frac{3}{5}\right)^{-1}\right)^{3-5x}=\left(\left(\frac{3}{5}\right)^{4}\right)^{x+1}$ $\quad \therefore \left(\frac{3}{5}\right)^{-3+5x}=\left(\frac{3}{5}\right)^{4x+4}$

$\therefore -3+5x=4x+4$ $\quad \therefore 5x-4x=4+3$ $\quad \therefore x=7$

**حاول بنفسك 3**

حل كلًا من المعادلتين الآتيتين فى $\mathbb{R}$ :

1 $\left(\frac{49}{9}\right)^{-2}=\left(\frac{3}{7}\right)^{|x|}$

2 $\left(\frac{5}{7}\right)^{8-2x}=\left(\frac{25}{49}\right)^{2x+1}$

**ملاحظتان**

- إذا كان : $a^x=1$ حيث $a>0$ ، $a\neq 1$ فإن : $x=0$
- إذا كان : $a^x=b^x$ حيث $a>0$ ، $b>0$ ، $a\neq b$ فإن : $x=0$

**مثال 4** حل كلًا من المعادلات الآتية فى $\mathbb{R}$ :

1 $8^{3x^2-12}=1$

2 $5^{x-4}=2^{x}\times 2^{-x}$

3 $2^{x-7}=3^{7-x}$

**الحل**

1

$\because 8^{3x^2-12}=1$ $\quad \therefore 3x^2-12=0$ $\quad \therefore 3x^2=12$

$\therefore x^2=12\div 3$ $\quad \therefore x^2=4$ $\quad \therefore x=\pm\sqrt{4}=\pm 2$

2

$\because 5^{x-4}=2^{x}\times 2^{-x}$ $\quad \therefore 5^{x-4}=2^{x-x}$ $\quad \therefore 5^{x-4}=2^{0}$

$\therefore 5^{x-4}=1$ $\quad \therefore x-4=0$ $\quad \therefore x=4$

3

$\because 2^{x-7}=3^{7-x}$ $\quad \therefore 2^{x-7}=\left(\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}\right)^{7-x}$

$\therefore 2^{x-7}=\left(\frac{1}{3}\right)^{x-7}$ $\quad \therefore x-7=0$ $\quad \therefore x=7$

**حاول بنفسك 4**

حل كلًا من المعادلتين الآتيتين فى $\mathbb{R}$ :

1 $9^{2x^2-2}=4^2\times 2^{-4}$

2 $5^{8x-12}=\left(\frac{1}{5}\right)^{8x-12}$



موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

**مثال 5** أوجد قيمة $x$ فى كل مما يأتى :

1 $5^{x+1}+5^{x+1}+5^{x+1}=75$

2 $8\times5^{3x-6}=2^{3x-6}\times125$

**الحل**

1

$\because 5^{x+1}+5^{x+1}+5^{x+1}=75$

$\therefore 3\times5^{x+1}=75$

$\therefore 5^{x+1}=\frac{75}{3}$

$\therefore 5^{x+1}=25$

$\therefore 5^{x+1}=5^2$

$\therefore x+1=2$

$\therefore x=1$

2

$\because 8\times5^{3x-6}=2^{3x-6}\times125$

$\therefore 2^3\times5^{3x-6}=2^{3x-6}\times5^3$

$\therefore \frac{5^{3x-6}}{5^3}=\frac{2^{3x-6}}{2^3}$

$\therefore 5^{3x-6-3}=2^{3x-6-3}$

$\therefore 5^{3x-9}=2^{3x-9}$

$\therefore 3x-9=0$

$\therefore 3x=9$

$\therefore x=3$

**حاول بنفسك 5**

أوجد قيمة $x$ فى كل مما يأتى :

1 $3^{2x-1}+3^{2x-1}=54$

2 $9\times2^{3x-7}=4\times3^{3x-7}$

**مثال 6** أوجد قيمة $n$ فى كل مما يأتى :

1 $\frac{6^{2n-3}}{2^{n-1}\times3^{n-1}}=6$

2 $\frac{(14)^{2n}\times4^{n+1}}{4\times7^{2n-1}\times16^n}=7^n$

**الحل**

1

$\because \frac{6^{2n-3}}{2^{n-1}\times3^{n-1}}=6$

$\therefore \frac{6^{2n-3}}{(2\times3)^{n-1}}=6$

$\therefore \frac{6^{2n-3}}{6^{n-1}}=6$

$\therefore 6^{2n-3-n+1}=6$

$\therefore 6^{n-2}=6$

$\therefore n-2=1$

$\therefore n=3$

2

$\because \frac{(14)^{2n}\times4^{n+1}}{4\times7^{2n-1}\times16^n}=7^n$

$\therefore \frac{(2\times7)^{2n}\times(2^2)^{n+1}}{2^2\times7^{2n-1}\times(2^4)^n}=7^n$

$\therefore \frac{2^{2n}\times7^{2n}\times2^{2n+2}}{2^2\times7^{2n-1}\times2^{4n}}=7^n$

$\therefore 2^{2n+2n+2-2-4n}\times7^{2n-2n+1}=7^n$

$\therefore 2^0\times7=7^n$

$\therefore 7=7^n$

$\therefore n=1$

**حاول بنفسك 6**

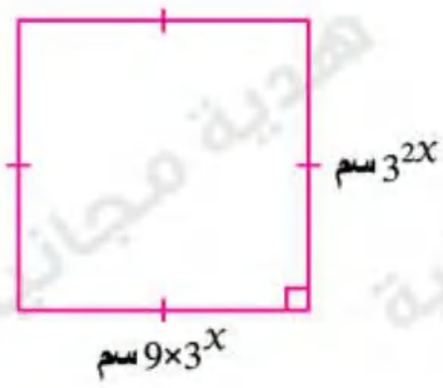
أوجد قيمة $n$ إذا كان : $\frac{3^n\times8^n}{(12)^{n+1}}=\frac{1}{3}$



موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

**مثال 7** فى الشكل المقابل مربع

أوجد طول قطره.




**الحل**

∵ الشكل مربع

$\therefore 9 \times 3^{x} = 3^{2x}$

$\therefore 3^{x+2} = 3^{2x}$

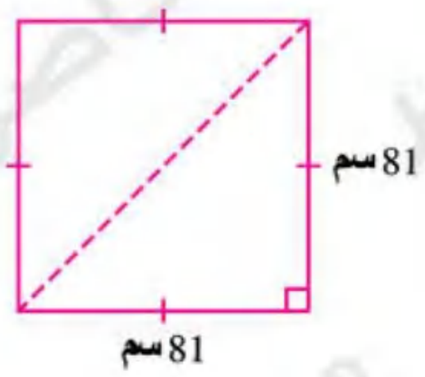
$\therefore 3^{2} \times 3^{x} = 3^{2x}$

$\therefore x + 2 = 2x$

$\therefore x = 2$

∴ طول ضلع المربع $= 3^{2\times2} = 3^{4} = 81$ سم

∴ طول القطر $= \sqrt{81^{2} + 81^{2}} = 81\sqrt{2}$ سم

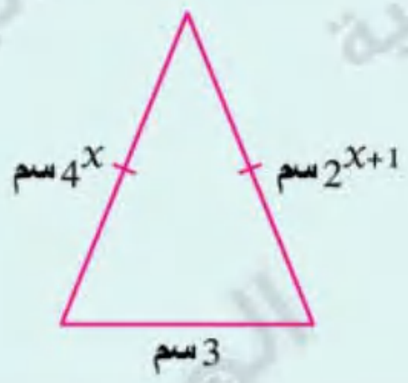



**حاول بنفسك 7**

فى الشكل المقابل :

مثلث متساوى الساقين

أوجد محيطه.





## مجانًا مع الكتاب

**الجزء الخاص بالتقييمات والمراجعة النهائية**

- اختبارات تراكمية على كل درس.
- الأسئلة الهامة على كل وحدة.
- تقييم الكتاب المدرسى.
- نماذج امتحانات نهائية.

المعاصر اسم يعنى التفوق

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

# تمارين 2 — المعادلات الأسية

• تذكر • فهم • تطبيق | حل مشكلات | أسئلة كتاب الوزارة

اختبار تفاعلى

**1** حل كلًا من المعادلات الآتية فى $\mathbb{R}$ :

1 $3^{2x+1} = 3^9$

2 $3^{x+1} = 81$

3 $5^{2x-1} = 125$

4 $4^{1-2x} = 2$

5 $25^{x+1} = 125$

6 $8^{x-1} \times 4^{2x+1} = 64$

**2** حل كلًا من المعادلات الآتية فى $\mathbb{R}$ :

1 $2^{x-7} = \frac{1}{32}$

2 $3^{2x-3} = \frac{1}{27}$

3 $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} = 243$

4 $\left(\frac{3}{5}\right)^{2x+1} = \frac{125}{27}$

5 $\left(\frac{1}{8}\right)^{x-2} = 128$

6 $2^{-3m+2} \times 4^{2m} = \frac{1}{8}$

**3** حل كلًا من المعادلات الآتية فى $\mathbb{R}$ :

1 $7^{2x+3} = 7^{x-4}$

2 $9^{3x+2} = 3^{x-1}$

3 $32^{x-3} = 8^{2x+1}$

4 $(27)^{2x-4} = 9^{2x}$

5 $64^{x+1} = 4^{x+7}$

6 $\left(\frac{1}{4}\right)^{2x-1} = 8^{x+3}$

7 $\left(\frac{3}{4}\right)^{5x+1} = \left(\frac{9}{16}\right)^{3x-2}$

8 $\left(\frac{3}{2}\right)^{5-3x} = \left(\frac{4}{9}\right)^{2x-7}$

**4** أوجد قيمة $x$ فى كل مما يأتى :

1 $16^x = 1$

2 $7^{x+2} = 2^x \times 2^{-x}$

3 $4^{x^2-9} = 1$

4 $2^{x^2} \times 2^x = 1$

5 $(5^{x-3})^{x+4} = 1$

6 $9^{x^2-2x+1} = \frac{25^x}{5^{2x}}$

**5** أوجد قيمة $x$ فى كل مما يأتى :

1 $7^x = 5^x$

2 $2^{x+1} = 3^{x+1}$

3 $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-4} = 2^{x^2-4}$

4 $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x-1} = 5^{1-2x}$

5 $6^{3x-12} = 3^{3x-12} \times 3^{3x-12}$

6 $9 \times 5^{x-1} = 25 \times 3^{x-1}$

**6** أوجد مجموعة الحل فى $\mathbb{R}$ لكل مما يأتى :

1 $2^{|x|} = 32$

2 $3^x + 3^x + 3^x + 3^x = 36$

3 $5^{x^2} = 625$

4 $2^{x^2} = 16^{3-x}$

5 $\frac{2^{x^2}}{16^x} = 32$

6 $(3^{x-2})^{x+2} = 27^x$



D.M.RAZK موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي

**7** أوجد قيمة n فى كل مما يأتى :

1 $\frac{8^{3n} \times 16^{n+1}}{32^{2n}} = 2^7$

2 $\frac{36^{n+1}}{6^{n-1}} = \frac{1}{216}$

3 $\frac{8^n \times 9^n}{18^n} = 64$

4 $\frac{2^{2n} \times 9^{2-n}}{36^n} = 1$

5 $\frac{12^{n-1}}{2^{n-1} \times 3^{n-1}} = 1$

6 $\frac{2^n \times 9^{n+1}}{18^n} = 3^n$

**8** إذا كان : $\frac{49^n \times 25^{2n} \times 3^{4n}}{7^{-n} \times 15^{4n}} = 343$ فأوجد قيمة : $6^{2n}$

« 36 »

**9** إذا كان : $\frac{6^{2n} \times 2^{2n}}{4^{2n} \times 3^{2n+4}} = 9^{-x}$ فأوجد قيمة : $x$

« 2 »

**10** إذا كان : $\frac{7^x \times 6^x}{14^x} = 3^{2-y}$ أوجد قيمة : $x + y$

« 2 »

**11** إذا كان : $3^x = 27$ ، $4^{x+y} = 1$ أوجد : $x$ ، $y$

« 3 ، −3 »

**12** فى الشكل المقابل :

صندوق زجاجى مكعب طولا ضلعى قاعدته $2^{x+1}$ سم ، $4^x$ سم

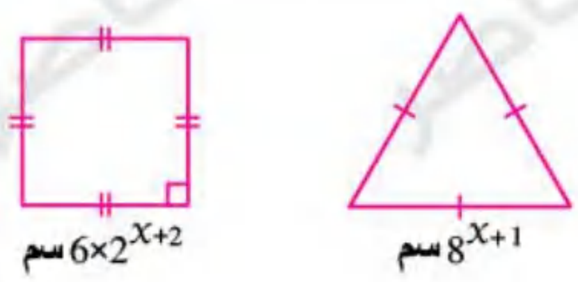
أوجد حجمه بوحدة السنتيمتر المكعب.

« 64 سم$^3$ »

**13** فى الشكل المقابل :

إذا كان محيط المثلث المتساوى الأضلاع يساوى محيط المربع

فما طول ضلع كل منهما ؟




« 64 سم ، 48 سم »

**14** مربع طول ضلعه $4^x$ سم ، مستطيل بعداه 4 سم ، $2^{2x}$ سم فإذا كانت مساحة المربع تساوى مساحة المستطيل أوجد مساحة كل منهما.

« 16 سم$^2$ ، 16 سم$^2$ »

**15** فى الشكل المقابل :

ABC مثلث متساوى الساقين

$\overline{AD} \perp \overline{BC}$ ،

أوجد مساحته.

« 300 سم$^2$ »



موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

**16** 📖 **فى الشكل المقابل :**

صندوق من الكرتون على شكل متوازى مستطيلات

حجمه 1 متر مكعب

أوجد أبعاد الصندوق.

« 1 متر ، 2 متر ، $\frac{1}{2}$ متر »

---

**17** 📖 **فى الشكل المقابل :**

حوض زهور على شكل مستطيل أبعاده

كما هو موضح بالشكل.

احسب محيط الحوض.

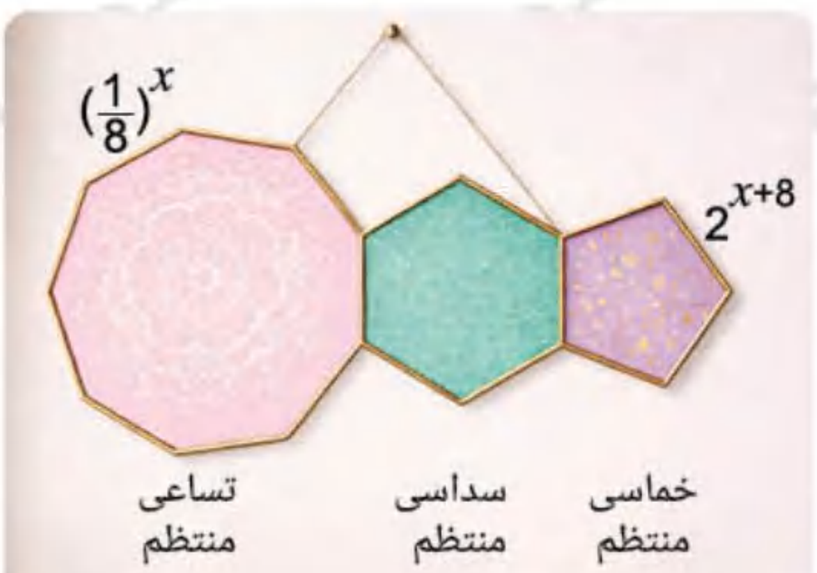
« 674 سم »

---

**18** 📖 **فى الشكل المقابل :**

شكل ديكورى معلق على أحد الجدران يتكون من ثلاثة مضلعات منتظمة خماسى وسداسى وتساعى.

فما قيمة $x$ ؟




« $-2$ »

---

**19** 📖 **ناقش :** قام كل من مروان ومريم بحل المعادلة : $16^{x+1} = 64^{x-1}$

أى منهما اتبع الطريقة الصحيحة فى الحل ؟

**حل مروان :**

$16^{x+1} = 64^{x-1}$

$(2^4)^{x+1} = (2^6)^{x-1}$

$2^{4x+4} = 2^{6x-6}$

$4x + 4 = 6x - 6$

$4 + 6 = 6x - 4x$

$10 = 2x \quad x = 5$

**حل مريم :**

$16^{x+1} = 64^{x-1}$

$(4^2)^{x+1} = (4^3)^{x-1}$

$4^{2x+2} = 4^{3x-3}$

$2x + 2 = 3x - 3$

$3x - 2x = 2 + 3$

$x = 5$

« 4 »

« 1 »

« 2 ، 6 »

## تفكير إبداعى

**20** أوجد قيمة $x$ فى كل مما يأتى :

1 📖 $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} = 112$

2 📖 $2 \times 3^{x+1} - 3^x = 5^{x+1} - 2 \times 5^x$

3 $(((2^x)^2)^2)^2 = 2^{x^2+12}$




موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

# أسئلة ؟ الاختيار من متعدد

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

**1** إذا كان : $2^{x-3}=1$ فما قيمة $x$ ؟

(أ) 0 (ب) 1

(جـ) 2 (د) 3

**2** إذا كان : $2^{x}=8$ فما قيمة $x$ ؟

(أ) 1 (ب) 2

(جـ) 3 (د) 4

**3** إذا كان : $3^{-x}=3$ فما قيمة $x$ ؟

(أ) $-3$ (ب) $-1$

(جـ) 1 (د) 3

**4** إذا كان : $3^{x+2}=3^{2x-1}$ فما قيمة $x$ ؟

(أ) 2 (ب) 3

(جـ) 4 (د) 5

**5** إذا كان : $7^{x-1}=7^{1-x}$ فما قيمة $x$ ؟

(أ) $-1$ (ب) 0

(جـ) $3^0$ (د) 7

**6** مجموعة حل المعادلة : $(3^{x})^{x}=81$ فى $\mathbb{R}$ هى .....

(أ) $\{9\}$ (ب) $\{9,-9\}$

(جـ) $\{2\}$ (د) $\{2,-2\}$

**7** إذا كان : $5^{x-1}=3^{x-1}$ فما قيمة $x$ ؟

(أ) 0 (ب) 1

(جـ) 3 (د) 5

**8** إذا كان : $9^{x}=27$ فما قيمة $x$ ؟

(أ) $\frac{2}{3}$ (ب) $\frac{3}{2}$

(جـ) $\frac{1}{3}$ (د) 3

**9** ما قيمة $x$ التى تحقق أن :

$(3^{x})^{2}+5^{x+1}=9^{x}+25^{x-1}$ ؟

(أ) $-2$ (ب) 1

(جـ) 5 (د) 3

**10** إذا كان : $5^{2x-1}=\left(\frac{1}{5}\right)^{-7}$

فما قيمة $x$ ؟

(أ) 2 (ب) 3

(جـ) 4 (د) 5

**11** إذا كان : $3^{x}+3^{x}=6$ فما قيمة $x$ ؟

(أ) 1 (ب) 2

(جـ) 3 (د) 9

**12** إذا كان : $8\times5^{x+1}=125\times2^{x+1}$

فما قيمة $x$ ؟

(أ) 0 (ب) 1

(جـ) 2 (د) 3

**13** إذا كان : $\left(\frac{3}{4}\right)^{3x}=\left(\frac{64}{27}\right)^{-1}$ فما قيمة $x$ ؟

(أ) $-1$ (ب) 3

(جـ) $-3$ (د) 1

**14** ما مجموعة حل المعادلة : $\left(\frac{1}{2}\right)^{3-x}=4^{2x+3}$

فى $\mathbb{R}$ ؟

(أ) $\{3\}$ (ب) $\{3,-3\}$

(جـ) $\{-3\}$ (د) $\{2,3\}$



موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

# ملخص الوحدة الأولى

## قوانين الأسس فى الأعداد الحقيقية

### 1 ضرب قوتين لهما نفس الأساس

$a^m \times a^n = a^{m+n}$

عند ضرب قوتين لهما نفس الأساس **نجمع** الأسس.

فمثلًا :

$2^3 \times 2^4 = 2^{3+4} = 2^7$

### 2 قسمة قوتين لهما نفس الأساس

$a^m \div a^n = a^{m-n}$

عند قسمة قوتين لهما نفس الأساس **نطرح** الأسس.

فمثلًا :

$2^5 \div 2^2 = 2^{5-2} = 2^3$

### 3 قوة حاصل ضرب عددين

$(a \times b)^n = a^n \times b^n$

أس حاصل الضرب **يوزع** على كل عامل.

فمثلًا :

$(2 \times 3)^4 = 2^4 \times 3^4$

### 4 قوة خارج قسمة عددين

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

أس خارج القسمة **يوزع** على البسط والمقام.

فمثلًا :

$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2^3}{3^3}$

### 5 قانون قوة القوة

$(a^m)^n = a^{m \times n}$

لإيجاد قوة القوة **نضرب** الأسس.

فمثلًا :

- $(2^3)^2 = 2^{3 \times 2} = 2^6$
- $(5^2)^4 = 5^{2 \times 4} = 5^8$

### 6 قانون قوة حاصل ضرب قوتين

$(a^m \times b^n)^k = a^{mk} \times b^{nk}$

فمثلًا :

$(5^2 \times 2^3)^2$
$= 5^{2 \times 2} \times 2^{3 \times 2}$
$= 5^4 \times 2^6$

### 7 قانون قوة خارج قسمة قوتين

$\left(\frac{a^m}{b^n}\right)^k = \frac{a^{mk}}{b^{nk}}$

فمثلًا :

$\left(\frac{2^5}{3^2}\right)^3 = \frac{2^{5 \times 3}}{3^{2 \times 3}}$
$= \frac{2^{15}}{3^6}$

### 8 الأس الصفرى

$a^0 = 1$

أى عدد حقيقى غير صفرى مرفوع للأس صفر يساوى 1

فمثلًا :

- $5^0 = 1$
- $(-3)^0 = 1$

### 9 الأس السالب

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

الأس السالب يعنى مقلوب العدد مرفوع للأس الموجب.

فمثلًا :

- $2^{-3} = \frac{1}{2^3}$
- $(-4)^{-2} = \frac{1}{(-4)^2}$

### 10 أس الكسر السالب

$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

أس الكسر السالب يعنى مقلوب الكسر مرفوع للأس الموجب.

فمثلًا :

$\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2$



موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء
D.M.RAZK

# المعادلة الأسية

## 1 معنى المعادلة الأسية

المعادلة الأسية هى معادلة تحتوى على متغير فى الأس.

**الصورة العامة**

$a^x = b$

حيث $a > 0 \ ، \ a \neq 1$

**أمثلة لمعادلات أسية :**

- $2^x = 8$
- $5^{2x} = 125$
- $3^{x+1} = 27$
- $4^x = 2^{x+2}$

## 2 حل المعادلة الأسية

لحل المعادلة الأسية نستخدم خاصية تساوى القوى.

إذا كان : $a^x = a^y$ فإن : $x = y$

$a > 0 \ ، \ a \neq 1$

أى : إذا كانت قوتان لهما نفس الأساس ومتساويتان ، فإن أسيهما متساويان.

**طرق الحل**

### الطريقة الأولى : نفس الأساس

إذا كانت المعادلة على صورة : $a^x = a^y$

$(a > 0 \ ، \ a \neq 1)$

نفس الأساس ، لذا نساوى بين الأسس $x = y$

**مثال 1**

حل المعادلة : $2^x = 16$

**الحل**

$\because 2^x = 16$

$\therefore 2^x = 2^4$

$\therefore \boxed{x = 4}$

**مثال 2**

حل المعادلة : $3^{x+2} = 81$

**الحل**

$\because 3^{x+2} = 81$

$\therefore 3^{x+2} = 3^4$

$\therefore x + 2 = 4$

$\therefore \boxed{x = 2}$

### الطريقة الثانية : توحيد الأساس

إذا كانت المعادلة بأساسين مختلفين ، نحولها إلى نفس الأساس ثم نساوى الأسس.

**مثال 3**

حل المعادلة : $4^x = 2^{x+2}$

**الحل**

$\because 4^x = 2^{x+2}$

$\therefore (2^2)^x = 2^{x+2}$

$\therefore 2^{2x} = 2^{x+2}$

$\therefore 2x = x + 2$

$\therefore \boxed{x = 2}$

## أمثلة إضافية متنوعة

**مثال 4**

حل المعادلة : $5^{2x-1} = 125$

**الحل**

$\because 5^{2x-1} = 125$

$\therefore 5^{2x-1} = 5^3$

$\therefore 2x - 1 = 3$

$\therefore 2x = 4$

$\therefore \boxed{x = 2}$

**مثال 5**

حل المعادلة : $9^{x-1} = \frac{1}{27}$

**الحل**

$\because 9^{x-1} = \frac{1}{27}$

$\therefore (3^2)^{x-1} = 3^{-3}$

$\therefore 3^{2x-2} = 3^{-3}$

$\therefore 2x - 2 = -3$

$\therefore 2x = -1$

$\therefore \boxed{x = -\frac{1}{2}}$

## ملاحظة

- إذا كان : $a^x = 1$ حيث $a > 0 \ ، \ a \neq 1$

فإن : $\boxed{x = 0}$

- إذا كان : $a^x = b^x$ حيث $a > 0 \ ، \ b > 0 \ ، \ a \neq b$

فإن : $\boxed{x = 0}$

**مثال 6**

1 إذا كان : $7^{x-5} = 1$

$\therefore x - 5 = 0$ $\therefore \boxed{x = 5}$

2 إذا كان : $2^{x+4} = 5^{x+4}$

$\therefore x + 4 = 0$ $\therefore \boxed{x = -4}$

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي
D.M.RAZK

# تقييم الوحدة الأولى من الكتاب المدرسى

◄ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

1 أى مما يأتى يساوى $a^5 \times (a^2)^4$ ؟

(أ) $a^{11}$ (ب) $a^{13}$ (جـ) $a^{40}$ (د) $a^{30}$

2 إذا كان : $\frac{3^x \times 27^x}{81^x} = 2^{-2x}$ فما قيمة $x$ ؟

(أ) 0 (ب) 1 (جـ) 2 (د) $-1$

3 إذا كان : $3^x = b$ فأى مما يأتى يساوى $9^{x+1}$ ؟

(أ) $27\,b^2$ (ب) $3\,b^2$ (جـ) $9\,b^2$ (د) $3\,b$

4 إذا كان : $4^x = 8$ فما قيمة $x$ ؟

(أ) 1 (ب) 2 (جـ) $\frac{2}{3}$ (د) $\frac{3}{2}$

---

◄ أكمل كلًا مما يأتى :

5 إذا كان : $7^{x+1} = 5^{x+1}$ فإن : $x =$ .....

6 ناتج $\frac{(-2\,a^2)^3}{2\,a}$ فى أبسط صورة هو .....

7 إذا كان : $5^{x-3} = 1$ فإن : $2^x =$ .....

8 إذا كان : $2^a + 2^a + 2^a = 24$ فإن : $a =$ .....

---

◄ أجب عن الأسئلة الآتية :

9 إذا كان : $2^x = 5$ فأوجد قيمة : $8^x - 3 \times 2^{x+2}$

10 اختصر لأبسط صورة : $\frac{4^x \times 9^{2-x}}{6^{2x}}$ ثم أوجد قيمة الناتج عند $x = 1$

11 أوجد فى $\mathbb{R}$ مجموعة حل المعادلة : $5^{x^2-4} = 125^x$

12 أوجد قيمة $m$ إذا كان : $3^{-2m+1} \times 9^{2m} = \frac{1}{27}$



موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

# نموذج امتحان على الوحدة الأولى

## المجموعة الأولى

◄ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

1 إذا كان : $3^x = 5$ فما قيمة $9^x$ ؟

(أ) 15 (ب) 25 (جـ) 45 (د) 81

---

2 إذا كان : $4^{2x} = \frac{1}{8}$ فما قيمة $x$ ؟

(أ) $\frac{1}{4}$ (ب) $-\frac{1}{4}$ (جـ) $-\frac{3}{4}$ (د) $\frac{3}{4}$

---

3 $(x^2)^3 + (x^4)^0 =$ .....

(أ) $x^{46}$ (ب) $x^{10}$ (جـ) $x^6$ (د) $x^6 + 1$

---

4 أى مما يأتى يساوى $\frac{(b^2)^3 \times (b^3)^4}{(b^5)^2}$ ؟

(أ) $b^5$ (ب) $b^6$ (جـ) $b^8$ (د) $b^{28}$

---

5 إذا كان : $7^{x-2} = 1$ فما قيمة : $5^{x-3}$ ؟

(أ) 5 (ب) $\frac{1}{5}$ (جـ) 25 (د) 1

---

6 إذا كان : $5^x + 5^x = 250$ فما قيمة $x$ ؟

(أ) 3 (ب) 2 (جـ) 1 (د) 0

## المجموعة الثانية

◄ أجب عن الأسئلة الآتية :

1 أثبت أن : $\frac{(25)^{x+1} \times 9^x}{(15)^{2x-1}} = 375$

---

2 إذا كان : $3^x = 4$ فأوجد قيمة : $9^x + 3^{x+1} + 3^{-x}$



موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

3 أوجد فى $\mathbb{R}$ مجموعة حل المعادلة : $2^{x^2} = 16^{3-x}$

---

4 إذا كان : $3^{2x-1} = 27$ ، $(\sqrt{7})^{x+y} = 49$ أوجد : $(\sqrt{5})^{x-y}$

---

5 مستطيل بُعداه $2^{x+1}$ سم ، 11 سم ومساحته تساوى 176 سم$^2$ فما قيمة $x$ ؟

---

6 أوجد فى $\mathbb{R}$ مجموعة حل المعادلة : $8 \times 3^{x-2} = 27 \times 2^{x-2}$

---

7 اختصر : $\frac{(32)^x \times 3^{2x+1}}{6^{2x+1} \times (\sqrt{2})^{-4x}}$ ثم أوجد قيمة الناتج عندما $x = 1$

---

8 حل المعادلة الآتية فى $\mathbb{R}$ : $7^{x+2} = 2^x \times 2^{-x}$



موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

# موقع الدكتور محمد رزق التعليمي

امسح الباركود بالموبيل لتثبيت التطبيق وتحميل كل الملازم مجانا وبسرعه

MR

## حمل التطبيق الأن

GET IT ON Google Play

ملازم ابتدائي | ملازم اعدادي | ملازم ثانـــوي | كورسات ونتائج امتحانات

موقع الدكتور محمد رزق
Dr.MoRizK